



## CANGURU DE MATEMÁTICA BRASIL – NÍVEL J - 2018

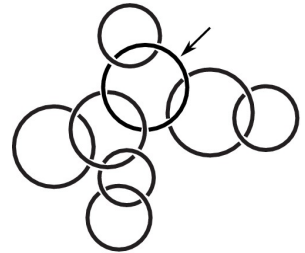
### Problemas de 3 pontos

1. Na minha família cada criança tem pelo menos dois irmãos e pelo menos uma irmã. Qual é o menor número possível de crianças na minha família?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7

2. Os anéis da figura formam cadeias que incluem o anel indicado pela flecha. Quantos anéis tem a maior dessas cadeias?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7

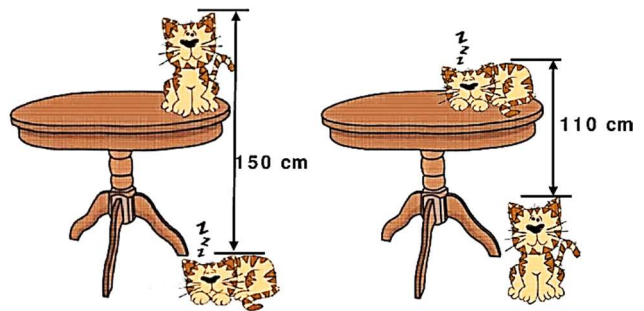


3. As medidas dos lados de um triângulo são 2, 5 e um número inteiro ímpar. Qual é esse número?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7

4. Considere as duas distâncias verticais indicadas na figura ao lado. Os gatos são do mesmo tamanho. Qual é a altura da mesa, em centímetros?

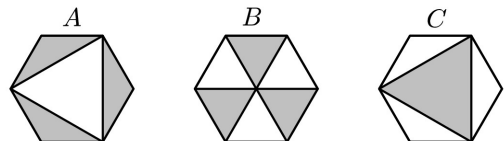
- (A) 110    (B) 120    (C) 130    (D) 140    (E) 150



5. A soma de cinco números inteiros consecutivos é  $10^{2018}$ . Qual é o número do meio?

- (A)  $10^{2013}$                       (B)  $5^{2017}$                       (C)  $10^{2017}$                       (D)  $2^{2018}$                       (E)  $2 \cdot 10^{2017}$

6. Chamamos  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  as áreas em cinza nos hexágonos regulares iguais  $A$ ,  $B$  e  $C$ , respectivamente, na figura ao lado. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?



- (A)  $X = Y = Z$     (B)  $X = Z \neq Y$     (C)  $X = Y \neq Z$     (D)  $Y = Z \neq X$     (E) As três áreas são diferentes

7. Maria colheu 42 maçãs, 60 pêssegos e 90 ameixas. Ela quer dividir todas essas frutas em pacotes contendo o mesmo número de cada um dos três tipos de frutas. Qual é o maior número de pacotes que ela pode fazer?

- (A) 3                      (B) 6                      (C) 10                      (D) 14                      (E) 42

8. Cada uma das letras  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  e  $S$  na adição ao lado representa um algarismo. Se a conta está correta, qual é o valor de  $P + Q + R + S$ ?

- (A) 14                      (B) 15                      (C) 16                      (D) 17                      (E) 24

$P$	$4$	$5$
$+$	$Q$	$R$
	$S$	
	$6$	$5$
	$4$	

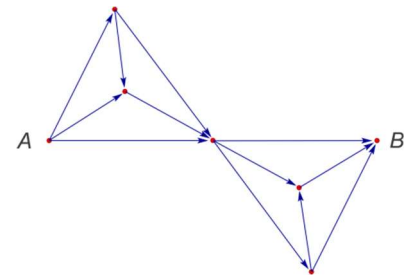


9. Qual é o valor de  $25\%$  de  $2018 + 2018\%$  de  $25$ ?

- (A) 1009                      (B) 2016                      (C) 2018                      (D) 3027                      (E) 5045

10. Na figura, quantos caminhos diferentes existem para ir de  $A$  até  $B$  ao longo dos segmentos de reta, obedecendo aos sentidos indicados?

- (A) 6                      (B) 9                      (C) 12                      (D) 16                      (E) 20



### Problemas de 4 pontos

11. Dois edifícios localizam-se na mesma rua, a uma distância de 250 metros um do outro. No primeiro edifício moram 100 estudantes e no segundo, 150 estudantes. Onde deverá ser construído um ponto de ônibus, de modo que a soma das distâncias que todos esses estudantes devem andar para ir de seus edifícios até o ponto do ônibus seja a menor possível?

- (A) Em frente ao primeiro edifício.    (B) A 100 m do primeiro edifício.    (C) A 100 m do segundo edifício.  
(D) Em frente ao segundo edifício.    (E) Em qualquer lugar entre os dois edifícios

12. Pedro pediu dinheiro emprestado de seu pai e de seus dois irmãos para comprar um livro. Seu pai emprestou metade do total emprestado por seus irmãos e seu irmão mais velho emprestou um terço do que os outros dois emprestaram. O irmão mais novo lhe emprestou 10 reais. Quantos reais o livro custou?

- (A) 24                      (B) 26                      (C) 28                      (D) 30                      (E) 32

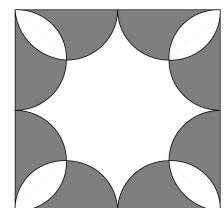
13. Na igualdade verdadeira abaixo, quantas vezes aparece o termo  $2018^2$  dentro do radical?

$$\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \dots + 2018^2} = 2018^{10}$$

- (A) 5                      (B) 8                      (C) 18                      (D)  $2018^8$                       (E)  $2018^{18}$

14. Na figura ao lado, o quadrado tem lado de medida 4 e nele foram desenhadas oito semicircunferências iguais, e, em seguida pintadas de cinza algumas regiões. Qual é a área das partes do quadrado que não foram pintadas de cinza?

- (A)  $\frac{2}{\pi}$                       (B) 8                      (C)  $6 + \pi$                       (D)  $\frac{3}{\pi} - 2$                       (E)  $\frac{3}{\pi}$



15. Num certo dia, 40 ônibus viajaram cada um entre exatamente duas das cidades  $M$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $P$  e  $Q$ , de modo que 10 ônibus entraram ou saíram de  $M$ , 10 ônibus entraram ou saíram de  $N$ , 10 ônibus entraram ou saíram de  $O$  e 10 ônibus entraram ou saíram de  $P$ . Quantos ônibus entraram ou saíram da cidade  $Q$ ?

- (A) 0                      (B) 10                      (C) 20                      (D) 30                      (E) 40

16. Na Faculdade de Humanas, um aluno pode estudar Línguas, História e Filosofia. Neste ano, 35% dos alunos de Línguas se matricularam em Inglês e 13% de todos os matriculados na Faculdade matricularam-se numa língua diferente do Inglês. Nenhum estudante se matriculou em mais de uma língua. Qual foi a porcentagem dos estudantes da Faculdade que se matricularam em Línguas?

- (A) 13%                      (B) 20%                      (C) 22%                      (D) 48%                      (E) 65%



17. Calculando o valor da expressão  $\frac{1}{9} \times 10^{2018} \times (10^{2018} - 1)$ , obtemos um número de quantos algarismos?

- (A) 2017                      (B) 2018                      (C) 4035                      (D) 4036                      (E) 4037

18. Quantos números de três algarismos são tais que apagando o algarismo do meio, o número restante de dois algarismos tem valor igual a um nono do número de três algarismos?

- (A) 1                              (B) 2                              (C) 3                              (D) 4                              (E) 5

19. Foram escritos 105 números para formar a sequência: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ... (cada número  $n$  é escrito exatamente  $n$  vezes). Quantos desses números são divisíveis por 3?

- (A) 4                              (B) 12                              (C) 21                              (D) 30                              (E) 45

20. Um polígono regular de 2018 vértices tem esses vértices numerados de 1 a 2018. São então desenhadas duas diagonais, uma que liga os vértices de números 18 e 1018 e outra que liga os vértices de números 1018 e 2000. Quantos vértices possuem os três polígonos resultantes?

- (A) 38, 983, 1001              (B) 37, 983, 1001              (C) 38, 982, 1001              (D) 37, 982, 1000              (E) 37, 983, 1002

### Problemas de 5 pontos

21. Vários números inteiros foram escritos no quadro-negro, incluindo o número 2018. A soma de todos esses números é 2018 e o produto deles é também 2018. Qual dos números a seguir poderia ser o número de inteiros escritos no quadro-negro?

- (A) 2016                      (B) 2017                      (C) 2018                      (D) 2019                      (E) 2020

22. São dados quatro números inteiros positivos. Escolhendo três deles, podemos calcular sua média aritmética e somar o quarto número. Fazendo isso de todas as quatro maneiras possíveis, obtemos os resultados 17, 21, 23 e 29. Qual é o maior dentre os quatro números dados?

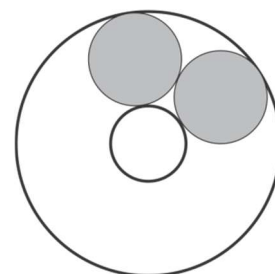
- (A) 12                              (B) 15                              (C) 21                              (D) 24                              (E) 29

23. Os pontos  $A_0, A_1, A_2, \dots$  estão sobre uma reta de modo que  $A_0A_1 = 1$  e o ponto  $A_n$  é o ponto médio do segmento  $\overline{A_{n+1}A_{n+2}}$  para todo inteiro não negativo  $n$ . Qual é o comprimento do segmento  $\overline{A_0A_{11}}$ ?

- (A) 171                              (B) 341                              (C) 512                              (D) 587                              (E) 683

24. No interior de uma coroa circular, podemos desenhar  $n$  círculos sem sobreposição e tangentes às duas circunferências concêntricas. No exemplo ao lado, temos  $n = 2$ . Numa coroa circular cujas circunferências têm raios 1 e 9, respectivamente, qual é o maior valor possível de  $n$ ?

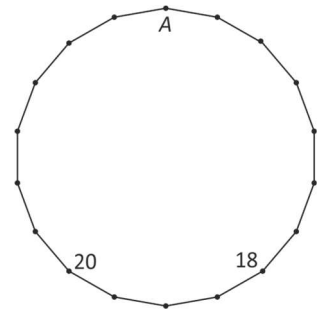
- (A) 1                              (B) 2                              (C) 3                              (D) 4                              (E) 5





25. Júlia quer escrever um número em cada vértice de um polígono regular de 18 lados de forma que cada um deles seja a soma dos números escritos nos vértices adjacentes. Ela já escreveu dois números, conforme a figura. Qual número ela deverá escrever no vértice A?

- (A) -38      (B) -20      (C) 18      (D) 38      (E) 2018

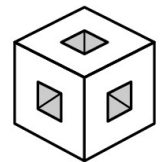


26. Paulo desenhou um tabuleiro retangular  $3 \times 4$  e pintou algumas das suas 12 casas de preto. Depois escreveu nas casas em branco o número de casas pretas vizinhas, como na figura. Paulo quer fazer o mesmo com um tabuleiro  $2 \times 1009$ , de 2018 casas, de modo a obter a maior soma possível dos números que forem escritos nas casas em branco. Qual é essa soma?

1	2	1
0	3	2
1	2	1

- (A) 1262      (B) 2016      (C) 2018      (D) 3025      (E) 3027

27. Sete cubos unitários foram retirados de um cubo de lado 3, conforme figura. Em seguida, o cubo foi cortado por um plano passando pelo centro do cubo e perpendicular a uma de suas quatro diagonais internas. Qual é o aspecto dessa secção?



- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)

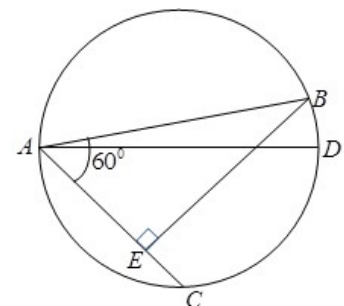
28. As casas de um tabuleiro  $2 \times 3$  podem ser numeradas de 1 a 6 de modo que a soma dos números de cada linha e cada coluna seja um número divisível por 3. De quantas maneiras diferentes isso pode ser feito?

- (A) 18      (B) 36      (C) 42      (D) 45      (E) 48

29. Ed montou um cubo colando vários cubinhos iguais e depois pintou algumas faces desse cubo grande. Entretanto, sua irmã derrubou o cubo, que se quebrou descolando todos os cubinhos. Ela contou 45 cubinhos que não tinham nenhuma face pintada. Quantas faces do cubo grande Ed tinha pintado?

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

30. Duas cordas  $AB$  e  $AC$  foram desenhadas na circunferência de diâmetro  $AD$ . Sendo  $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ,  $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$ ,  $AB = 24$  e  $EC = 3$ , qual é o comprimento da corda  $BD$ ?



- (A)  $\sqrt{3}$       (B) 2      (C) 3      (D)  $2\sqrt{3}$       (E)  $3\sqrt{2}$